

## Tentamen IN1305-II Fundamentele Informatica II: Automaten en Talen

1 februari 2008, 9.00–11.00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 5 open vragen.
- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): 1.
- Het maximaal aantal te behalen punten: 50.
- Alle vragen tellen even zwaar mee en leveren ieder maximaal 10 punten op.
- Het eindcijfer  $c$  wordt bepaald volgens de formule  $c = \frac{9}{50} \cdot (\text{aantal punten}) + 1$ .
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van grafische of niet-grafische rekenmachines niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Formuleer uw antwoord in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier).
- Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Voordat u uw antwoorden inlevert, controleer of op ieder blaadje uw naam en studienummer staat en geef het aantal ingeleverde bladen aan op (tenminste) de eerste pagina.

1. Beschouw de volgende uitspraken over talen. Ga na of deze geldig dan wel niet geldig zijn voor willekeurige talen  $L_0$ ,  $L_1$  en  $L_2$  over een alfabet  $\Sigma$ . Geef in het geval dat een uitspraak geldig is een bewijs daarvan, en geef in het geval dat dit niet zo is een tegenvoorbeeld bestaande uit talen  $L_0$ ,  $L_1$  en (eventueel)  $L_2$  waarvoor de uitspraak ongeldig is en een onderbouwing van het tegenvoorbeeld.

(a) (5 punten) Als  $L_1 \subseteq L_2$ , dan  $L_0L_1 \subseteq L_0L_2$ .

(b) (5 punten) Als  $L_0^* = L_1^*$ , dan  $L_0 = L_1$ .

2. Zij gegeven het alfabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Beschouw de volgende reguliere grammatica  $G = (V, \Sigma, S, R)$ , waarbij  $V = \{S, A\}$  en  $R$  gegeven is door:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow abS \mid cA \\ A &\rightarrow aA \mid bA \mid \varepsilon. \end{aligned}$$

(a) (4 punten) Zet deze grammatica om naar een Niet-deterministische Eindige Automaat (NFA)  $N$  volgens de methode die op college is behandeld, zodanig dat geldt  $L(N) = L(G)$ .

(b) (6 punten) Zet vervolgens met behulp van de in Sipser beschreven methode de verkregen NFA  $N$  om in een Reguliere Expressie  $R$  zodanig dat geldt  $L(R) = L(N)$ .

**Let op:** Geef daarbij *alle* stappen weer.

3. (a) (2 punten) Geef een precieze formulering van de *pompstelling* voor reguliere talen.  
 (b) (8 punten) Bewijs met behulp van de *pompstelling* dat de volgende taal **niet** regulier is:

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat 2 maal zoveel } a\text{'s als } b\text{'s}\}.$$

4. (10 punten) Zij gegeven het alfabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Beschouw de volgende contextvrije grammatica  $G = (V, \Sigma, S, R)$ , waarbij  $V = \{S, A, B\}$  en  $R$  gegeven is door:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid aB \mid \varepsilon, \\ A &\rightarrow aab \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow bbA. \end{aligned}$$

Breng deze grammatica in *Chomsky-normaalvorm*.

**Let op:** Laat iedere stap in het transformatieproces zien en beschrijf wat daarbij gebeurt.

5. (10 punten) Zij gegeven het alfabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Construeer een stapelautomaat (*pushdown automaton*, *PDA*) die precies de volgende taal accepteert:

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat meer } a\text{'s dan } b\text{'s}\}.$$

U dient hierbij gebruik te maken van de in Sipser besproken methode waarbij in één transitie meerdere stapelsymbolen tegelijk op de stapel mogen worden geplaatst in plaats van één tegelijk.

**Let op:** Uw antwoord dient aan de volgende eisen te voldoen:

- De gevraagde PDA wordt beschreven in de vorm van een *transitiediagram*.
- De PDA bezit niet meer dan 4 toestanden en heeft precies één eindtoestand.
- U dient een beknopte, intuïtieve motivatie te geven dat de geconstrueerde PDA correct is.