

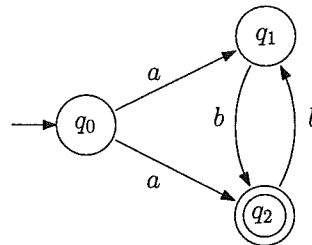
Tentamen IN1305-II

Fundamentele Informatica II: Automaten en Talen

24 juni 2009, 9.00–11.00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 5 open vragen.
- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): 1.
- Het maximaal aantal te behalen punten: 50.
- Alle vragen tellen even zwaar mee en leveren ieder maximaal 10 punten op.
- Het eindcijfer wordt bepaald door afronding van $\frac{9}{50} \cdot (\text{aantal punten}) + 1$ tot een geheel getal.
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van grafische of niet-grafische rekenmachines niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Formuleer uw antwoord in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier).
- Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Voordat u uw antwoorden inlevert, controleer of op ieder blaadje uw naam en studienummer staat en geef het aantal ingeleverde bladen aan op (tenminste) de eerste pagina.

1. (a) (2 punten) Zij L_1 en L_2 willekeurige talen over een gegeven alfabet. Geef een precieze definitie van L_1L_2 met behulp van verzamelingnotatie.
- (b) (4 punten) Ga na of voor willekeurige talen L geldt $L\emptyset = L$ en geef een bewijs of weerlegging ter ondersteuning van uw opvatting.
- (c) (4 punten) Geef een *inductieve (recursieve) definitie* van w^R waarbij w^R de *inverse* (het omgekeerde) van een woord w uit een gegeven taal voorstelt.
2. (a) (2 punten) Geef een *inductieve (recursieve) definitie* van de *gegeneraliseerde transitiefunctie* δ^* voor een deterministische eindige automaat (DFA) *zonder ϵ -transities* (het eenvoudige geval dus).
- (b) Zij gegeven de volgende *niet-deterministische eindige automaat* (NFA) N :



- i. (3 punten) Schrijf de taal $L(N)$ als een *reguliere expressie* en geef een korte toelichting hierop.
- ii. (5 punten) Bewijs met behulp van *volledige inductie* over n dat voor alle $n \geq 0$ geldt dat zowel $q_1 \in \delta^*(q_0, ab^n)$ als $q_2 \in \delta^*(q_0, ab^n)$.
3. Beschouw de *reguliere expressie* $R = a^*(ba \cup ab^*)$.
- (a) (5 punten) Construeer volgens de in Sipser beschreven methode een *niet-deterministische eindige automaat* (NFA) N zodanig dat $L(N) = L(R)$. Een toestandsdiagram volstaat.
- (b) (5 punten) Geef een *reguliere grammatica* G met **maximaal 9 productieregels** zodat $L(G) = L(R)$.
4. Zij gegeven het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ en de volgende taal over Σ :

$$L = \{w \mid \text{de lengte van } w \text{ is oneven en het middelste symbool van } w \text{ is } b\}.$$

- (a) (5 punten) Construeer een *contextvrije grammatica* met **maximaal 6 productieregels** voor L .
- (b) (5 punten) Construeer een *stapelautomaat* (pushdown automaton, PDA) voor L .
Let op: Uw antwoord dient aan de volgende eisen te voldoen:
 - De gevraagde PDA wordt beschreven in de vorm van een *toestandsdiagram*.
 - De PDA bezit **ten hoogste 5 toestanden** en precies één eindtoestand (4 toestanden volstaan!).
 - Bij de PDA wordt een beknopte toelichting over de werking ervan gegeven.
5. (a) (3 punten) Geef een precieze formulering van de *pompstelling voor contextvrije talen*.
- (b) (7 punten) Bewijs met behulp van de *pompstelling* dat de volgende taal **niet contextvrij** is:

$$\{w \in \{a, b, c\}^* \mid n_a(w) = n_b(w) = n_c(w)\}.$$

Hierin stelt $n_x(w)$ het aantal voorkomens van het symbool x in woord w voor.