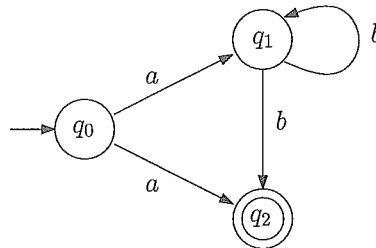


Tentamen IN1305-B/II Automaten en Talen

28 januari 2010, 9.00–11.00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 open vragen.
- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): 1.
- Het maximaal aantal te behalen punten: 40.
- Alle vragen tellen even zwaar mee en leveren ieder maximaal 10 punten op.
- Het eindcijfer wordt bepaald door afronding van $\frac{9}{40} \cdot (\text{aantal punten}) + 1$ tot op halve cijfers.
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van grafische of niet-grafische rekenmachines niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Formuleer uw antwoord in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier).
- Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Voordat u uw antwoorden inlevert, controleer of op ieder blaadje uw naam en studienummer staat en geef het aantal ingeleverde bladen aan op (tenminste) de eerste pagina.

1. (a) (2 punten) Geef een *inductieve (recursieve) definitie* van de *gegeneraliseerde transitiefunctie* δ^* voor een *niet-deterministische eindige automaat (NFA) zonder ϵ -transities*.
- (b) Zij gegeven de volgende *niet-deterministische eindige automaat (NFA) N* :



- i. (2 punten) Schrijf de taal $L(N)$ als een *reguliere expressie* en geef een korte toelichting hierop.
- ii. (6 punten) Bewijs met behulp van *volledige inductie* over n dat voor alle $n \geq 0$ geldt dat $\delta^*(q_0, ab^n) = \{q_1, q_2\}$.
2. Beschouw de *niet-deterministische eindige automaat N* uit opgave 1(b).
- (a) (5 punten) Construeer volgens de in Sipser beschreven methode de met N corresponderende *deterministische eindige automaat (DFA) N_D* zodanig dat $L(N_D) = L(N)$. Een *transitiegraaf* (toestandsdiagram) volstaat.
- (b) (5 punten) Leid volgens de op het college behandelde methode uit N_D een *reguliere grammatica G* af zodanig dat $L(G) = L(N_D)$.
3. (a) (3 punten) Geef een precieze formulering van de *pompstelling voor reguliere talen*.
- (b) (7 punten) Bewijs met behulp van de *pompstelling* dat de volgende taal L **niet** regulier is:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) \geq 2 \cdot n_b(w)\}.$$

Hierin stelt $n_x(w)$ het aantal voorkomens van het symbool x in woord w voor.

4. Zij gegeven het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ en de volgende taal over Σ :

$$L = \{a^n b^m \mid 2n \leq m \leq 3n\}.$$

- (a) (5 punten) Construeer een *contextvrije grammatica (CFG)* met **maximaal 5 productieregels** voor L . *Vergeet niet uw antwoord te motiveren!*
- (b) (5 punten) Construeer een *stapelautomaat* (pushdown automaton, PDA) voor L . Hierbij is het **niet** toegestaan het algoritme uit Sipser te gebruiken waarmee een CFG kan worden omgezet naar een PDA! Wel mogen bij transitie meerdere symbolen tegelijkertijd op de stapel worden geplaatst (gepusht).
- Let op:** Uw antwoord dient aan de volgende eisen te voldoen:
- De gevraagde PDA wordt beschreven in de vorm van een *transitiegraaf* (toestandsdiagram).
 - De PDA bezit **ten hoogste 6 toestanden** en precies één eindtoestand (4 toestanden volstaan wanneer bij een transitie meerdere symbolen tegelijkertijd op de stapel mogen worden geplaatst!).
 - Bij de PDA wordt een beknopte toelichting over de werking ervan gegeven.