

tentamen Analyse (deel 2) – wi 1 005 In, dl. 2  
12 april 2010, 09.00–11.00 uur

*Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.  
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.*

*Alleen het formuleblad van het instellingspakket en een rekenmachine mogen worden gebruikt.  
Onderling contact, communicatieapparatuur, boeken en aantekeningen zijn niet toegestaan.*

*Elk antwoord dient van een deugdelijke argumentatie te worden voorzien.*

*Tenzij anders gevraagd worden exacte antwoorden verlangd (dus geen benaderingen).*

1. Bereken met behulp van machtreeksen:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x \sin x}{x \ln(1 + 2x^3)}. \quad 10$$

2. Gegeven is de rij  $(a_n)_{n=2}^{\infty}$  met  $a_n = (1 + n)^{\frac{1}{n}}$ .

a) Bewijs dat de rij dalend is. 8

*Aanwijzing: differentieer naar  $n$ .*

b) Toon met een *stelling* aan dat de rij een limiet bezit. 4

c) Bereken  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ . 8

*Aanwijzing: gebruik de betrekking  $a^x = e^{x \ln a}$  en je formuleblad.*

3. Gegeven zijn de volgende reeksen. Ga van elk van deze reeksen na of ze divergent, relatief (*conditionally*) convergent of absoluut convergent is. Vermeld welk kenmerk je toepast; controleer tevens of aan de voorwaarden wordt voldaan.

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \sin n$ . 6

b)  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^2-1}$ . 8

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n^2}$ . 8

4. Gegeven is de reeks  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{4^n} (x+1)^n$ .

a) Bepaal de convergentiestraal  $R$  van deze reeks. 8

b) Bepaal het convergentie-interval  $I$  van deze reeks. 6

c) Laat, op  $I$ ,  $s$  de somfunctie zijn van deze reeks; dus:

$$s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{4^n} (x+1)^n \text{ voor } x \in I.$$

Geef een machtreeksontwikkeling van  $s'(x)$  in  $a = -1$ . 4

5. Gegeven is de functie  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  met  $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$  ( $D$  zo groot mogelijk).

Bepaal  $f_x$  en  $f_y$  in het punt  $P = (-3, 4)$ . 10

6. Bereken  $\iint_D x \sqrt{y^2 - x^2} \, dA$  als  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$ . 10

*Aanbeveling:* schets eerst het integratiegebied  $D$ .

### Normering

*Elk onderdeel levert maximaal het aantal in de kantlijn vermelde punten.*

*Als  $t$  het aantal toegekende punten is is het cijfer  $c = \frac{t}{10}$  ( $c \in \mathbb{N}$ ).*

10