

Tentamen IN1305-B/II Automaten en Talen

Vrijdag 16 april 2010, 9.00–11.00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 open vragen.
- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): 1.
- Het maximaal aantal te behalen punten: 40.
- Alle vragen tellen even zwaar mee en leveren ieder maximaal 10 punten op.
- Het eindcijfer wordt bepaald door afronding van $\frac{9}{40} \cdot (\text{aantal punten}) + 1$ tot op halve cijfers.
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van grafische of niet-grafische rekenmachines niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Formuleer uw antwoord in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier).
- Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Voordat u uw antwoorden inlevert, controleer of op ieder blaadje uw naam en studienummer staat en geef het aantal ingeleverde bladen aan op (tenminste) de eerste pagina.

1. (a) (2 punten) Geef een precieze, volledige *definitie* van het begrip *reguliere grammatica* in termen van de eisen waaraan de productieregels van zo'n grammatica dienen te voldoen.
- (b) (3 punten) Beschouw de volgende reguliere grammatica $G = (\{S\}, \{a, b\}, R, S)$ waarbij R uit de volgende productieregels bestaat:

$$S \rightarrow abS \mid baS \mid a \mid b \mid \varepsilon$$

Geef een reguliere expressie voor de taal $L(G)$.

- (c) (5 punten) Zij G de grammatica uit deel (b) van deze opgave. Bewijs met volledige inductie over n dat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt $(ab)^n \in L(G)$.
2. Zij L de taal over $\Sigma = \{a, b, c\}$ bestaande uit alle woorden waarin ieder voorkomen van een a gevolgd wordt, maar niet noodzakelijk direct, door een c , en ieder voorkomen van een b door een a , wederom niet noodzakelijk direct. Bijvoorbeeld, $cc \in L$, $aac \in L$, $bacc \in L$, en $abcaac \in L$, maar $bba \notin L$ en $aabcb \notin L$.
 - (a) (7 punten) Construeer een *deterministische eindige automaat* met hoogstens 4 toestanden voor de taal L . Een *transitiegraaf* (toestandsdiagram) volstaat.
Let op: Voor iedere extra toestand meer dan 4 worden 3 punten afgetrokken.
 - (b) (3 punten) Geef een duidelijke verklaring voor de juiste werking van de geconstrueerde automaat, onder andere in termen van de betekenis van de toestanden van de automaat.

3. (a) (2 punten) Definieer wanneer een *contextvrije grammatica* in *Chomsky-normaalvorm* (CNF) is.
- (b) (3 punten) Zij gegeven het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ en de volgende taal over Σ :

$$L = \{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n \text{ en } n \geq 0\}.$$

Geef een *contextvrije grammatica* (CFG) G voor L .

Let op: De grammatica G dient niet meer dan 4 productieregels te bezitten!

- (c) (5 punten) Breng de onder deel (b) van deze opgave gevonden grammatica G in *Chomsky-normaalvorm* (CNF).
4. (a) (2 punten) Geef een precieze formulering van de *pompstelling voor contextvrije talen*.
 - (b) (5 punten) Bewijs met behulp van deze *pompstelling* dat de volgende taal L *niet contextvrij* is:

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid n_a(w) = n_b(w) = 2 \cdot n_c(w)\}.$$

Hierin stelt $n_x(w)$ het aantal voorkomens van het symbool x in woord w voor.

- (c) (3 punten) Is het mogelijk een *stapelautomaat* voor de taal L uit deel (b) van deze opgave te construeren? Zo ja, geef een stapelautomaat met maximaal 4 toestanden in de vorm van een toestandsdiagram (transitiegraaf). Zo neen, beargumenteer uw antwoord.